

Д.В. КОТОВ, м.н.с., Институт ионосферы НАН и МОН Украины

М.В. ЛЯШЕНКО, канд. физ.-мат. наук, учёный секретарь, Институт ионосферы НАН и МОН Украины

АППРОКСИМАЦИЯ ДАННЫХ РЕГИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ С ПОМОЩЬЮ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Розглянуто можливості використання ряду Фур'є для апроксимації модельних залежностей параметрів іоносферної плазми. Аналіз проводився на прикладі добових варіацій електронної концентрації, взятих з регіональної моделі іоносфери (CERIM ION), створеної в Інституті іоносфери (Харків). Показано, що при довжині ряду 15 похибки апроксимації добових залежностей параметрів мають задовільний рівень навіть для найбільших висот, що розглядалися.

The possibilities of using Fourier number for approximations of model dependencies of ionospheric plasma parameters are considered. Analysis conducted by the example of daily variation of electron density taken from the regional model of the ionosphere (CERIM ION), created at the Institute of Ionosphere (Kharkiv). Shown that at length of number 15 daily dependencies of approximation error are satisfactory level even the most altitudes considered.

Введение. Региональная модель ионосферы (Central Europe Regional Ionospheric Model (CERIM ION)) создана на основе экспериментальных данных харьковского радара некогерентного рассеяния Института ионосферы. В модели представлены сезонно-суточные зависимости концентрации электронов (N), температуры электронов (T_e) и ионов (T_i), значения вертикальной составляющей скорости переноса плазмы (V_z), а также параметров динамических и тепловых процессов в плазме [1 – 3].

Модельные зависимости представлены в табличном виде. Таблицы приведены для следующих исходных данных: местного времени (с 00:15 до 24:00 ч, временное разрешение 15 мин); сезонов – март, июнь, сентябрь и декабрь; высотный диапазон 200 – 750 км, высотное разрешение 50 км; уровень СА задается фазой цикла СА (минимум, рост, максимум и спад солнечной активности (СА)) [1 – 3]. Так как дискретность данных по времени составляет 15 мин, то возникает необходимость в аппроксимации таких данных непрерывными функциями. Хорошо известно, что для аппроксимации различных сигналов и функций широко применяется ряд Фурье [4], который характеризуется быстрой сходимостью при удовлетворительной точности восстановления исходной зависимости.

Применительно к решению задачи аппроксимации модельных зависимостей параметров ионосферной плазмы, Фурье-разложение [5, 6] интересно не только с точки зрения простоты математического описания. Как известно, важной задачей современной геофизики является изучение, качественное и количественное описание волновых процессов в ионосфере [7]. Основой исследования волновых процессов является

спектральный анализ, базирующийся на разложении ряда данных в ряд Фурье с целью выявления преобладающих гармонических составляющих в суточных и сезонных зависимостях параметров ионосферной плазмы.

Цель статьи – анализ возможностей применения ряда Фурье для аппроксимации модельных суточных вариаций ионосферных параметров.

Результаты анализа. Возможности Фурье-разложения рассмотрим на примере суточной зависимости электронной концентрации на максимальной модельной высоте – 750 км. Данные для больших высот в силу особенностей их экспериментального получения являются самыми “неблагоприятными” с точки зрения наличия высокочастотных гармоник. Поэтому можно считать, что погрешности аппроксимации рядом Фурье, длина которого была подобрана для максимальной модельной высоты, всегда будут меньшими для других модельных высот. В связи с этим ставилась задача определить длину ряда Фурье, который с удовлетворительной точностью аппроксимировал бы данные для верхней модельной высоты.

Прежде чем применять Фурье-разложение, для получения непрерывной функции была применена линейная интерполяция модельных данных. На рисунке приведена полученная непрерывная суточная зависимость для летнего солнцестояния при низкой солнечной активности.

Аппроксимирующая зависимость $N(t)$, представляющая собой ряд Фурье, задавалась следующим выражением:

$$N(t) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(k\omega t) + \sum_{k=1}^n b_k \sin(k\omega t) .$$

Здесь величина a_0 – постоянная составляющая суточной зависимости, определяемая выражением $a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T N(x) dx$, a_k и b_k – амплитуды гармонических составляющих с частотами $k\omega$. Значения этих амплитуд могут

быть рассчитаны в соответствии с выражениями $a_k = \frac{2}{T} \int_0^T N(x) \cos(k\omega x) dx$,

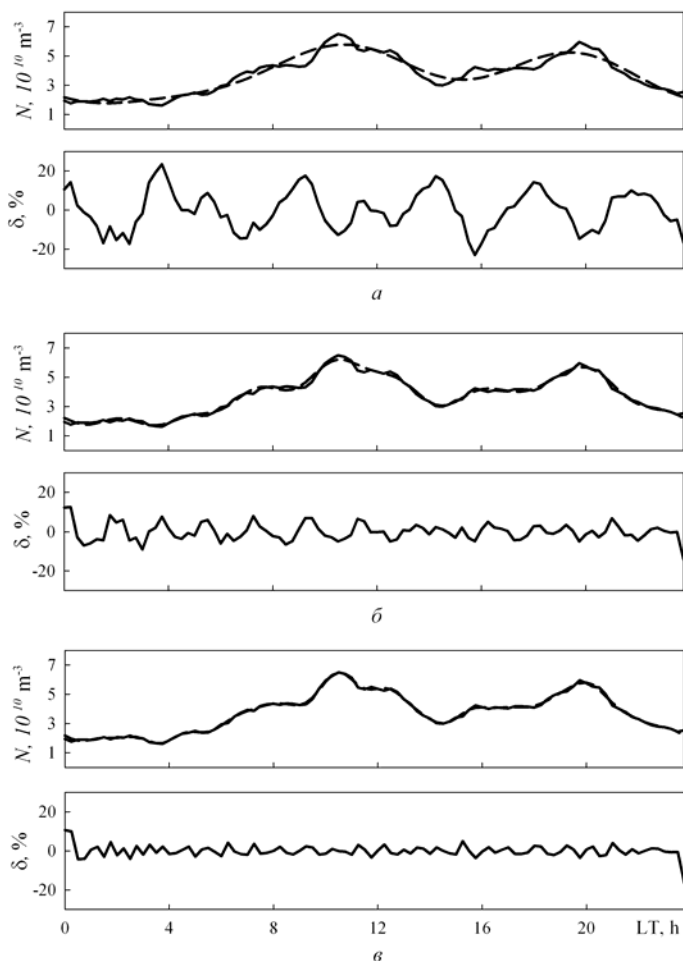
$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T N(x) \sin(k\omega x) dx$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ – номер гармонической

составляющей, $\omega = 2\pi/T$ – частота, соответствующая первой гармонике, период которой T равен 24 часам, n – количество гармонических составляющих с разными частотами (длина ряда Фурье).

С использованием данных выражений были произведены расчёты амплитуд гармонических составляющих рассматриваемого суточного хода концентрации электронов. При этом длина ряда n увеличивалась каждый раз на единицу, начиная со значения $n = 1$. Для каждой длины ряда

сопоставлялись исходная суточная зависимость и полученная аппроксимирующая функция и рассчитывались относительные погрешности восстановления исходного суточного хода.

На рисунке приведены графики исходных и аппроксимирующих зависимостей, а также графики относительных погрешностей аппроксимации для различных длин ряда.



Суточные вариации концентрации электронов N на высоте 750 км для летнего солнцестояния в минимуме СА (сплошная линия), результат его аппроксимации рядом Фурье (пунктир), а также относительная погрешность аппроксимации δ (точки). Длина ряда Фурье: $n = 3$ (а), $n = 9$ (б), $n = 15$ (в)

Последовательное рассмотрение представленных графиков позволяет наблюдать сходимость аппроксимирующего ряда к исходной функции и отслеживать уменьшение относительной погрешности аппроксимации вплоть до приемлемого уровня, определяя тем самым оптимальную длину используемого ряда Фурье.

Анализ показал, что сумма уже первых трёх гармоник позволяет качественно воспроизвести главные особенности суточного хода концентрации электронов. Дальнейшее увеличение числа слагаемых ряда Фурье приводит к качественному и количественному улучшению соответствия аппроксимирующей функции исходной. При длине ряда $n = 15$ точность восстановления исходной зависимости можно считать приемлемой для рассматриваемой задачи.

Аналогичные исследования были проведены для суточных зависимостей остальных модельных параметров ионосферной плазмы – температур электронов и ионов, вертикальной составляющей скорости переноса плазмы и др. При этом погрешности аппроксимации при длине ряда $n = 15$ не превышали полученные выше значения.

Выводы. Таким образом, можно говорить о том, что использование ряда Фурье для аппроксимации исходных модельных данных позволяет решить задачу получения аналитических аппроксимирующих зависимостей. В перспективе именно аппроксимация рядом Фурье позволит расширить информационные возможности модели ионосферы, позволяя получать информацию не только о стандартных параметрах плазмы, но и о спектре временных вариаций этих параметров.

Список литературы: 1. *Chernogor L.F., Emel'yanov L.Ya., Lyashenko M.V.* Central Europe Regional Ionospheric Model (CERIM ION) Based On The Kharkov Incoherent Scatter Radar Database // 36th Annual European Meeting on Atmospheric Studies by Optical Methods. – Kyiv (17 – 22 August, 2009). – Р. 38. 2. *Емельянов Л.Я., Ляшенко М.В., Черногор Л.Ф.* Региональная модель основных параметров ионосферной плазмы // VIII Украинская конференция по космическим исследованиям (Солнечно-земные связи и космическая погода): Сборник тезисов. Крым, Евпатория. – 2008. – С. 34. 3. *Ляшенко М.В., Черногор Л.Ф.* Региональная модель параметров динамических процессов в ионосфере // VIII Украинская конференция по космическим исследованиям (Солнечно-земные связи и космическая погода): Сборник тезисов. Крым, Евпатория. – 2008. – С. 35. 4. *Дженкинс Г., Ватмс Д.* Спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1971. – Вып. 1. – 320 с. 5. *Jones W.B., Gallet R.M.* Methods for applying numerical maps of ionospheric characteristics // J. Res. Nat. Bur. Stand., 66D. – 1962. – Р. 649. 6. *Фаткуллин Н.М., Зеленова Т.И., Козлов В.К. и др.* Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. – М.: Наука, 1981. – 256 с. 7. *Гершман Б.Н., Ерухимов П.М., Яшин Ю.В.* Волновые явления в ионосфере и космической плазме. – М.: Наука, 1984. – 485 с.

Поступила в редколлегию 31.05.2010